

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2022-2023 уч.год
9 класс

1. Найдите отношение $\frac{2023ac}{b^2}$,
если известно, что один из корней уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ в 2022 раза больше другого. Здесь $a \cdot b \cdot c \neq 0$.
2. Найдите все решения уравнения

$$m^2 - 2mn - 3n^2 = 5$$

где m, n – целые числа.

3. Докажите неравенство при всех положительных a, b

$$\frac{a}{a^4 + b^2} + \frac{b}{a^2 + b^4} \leq \frac{1}{ab}$$

4. После футбольного матча Андрей сказал, что он забил 3 гола, а Паша забил только 1. Паша сказал, что забил 4 гола, а Ваня забил 5 голов. Ваня сказал, что он забил 6 голов, а Андрей только 2. Могло ли оказаться, что втроем они забили 10 голов, если известно, что каждый из них сказал один раз правду, а другой раз солгал?
5. В треугольнике ABC $AC > AB$. Из вершины A опущена высота $АН$. Какая разность больше, $(AC - AB)$ или $(HC - HB)$?

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.

Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.

Не забудьте обосновать свои решения задач!